

II.21

Consapevolezza degli insegnanti delle ragioni degli errori degli studenti in matematica: uno studio esplorativo nella Scuola Primaria**Teachers' awareness of the reasons for student math errors: an exploratory study at Primary School level****Valentina Vaccaro***Università di Oviedo, INVALSI - Roma***Eleonora Faggiano***Università degli Studi di Bari Aldo Moro***Federica Ferretti***Università degli Studi di Ferrara***abstract**

In questo lavoro si presentano alcuni risultati di un progetto di ricerca interdisciplinare volto a identificare i bisogni formativi dei docenti a livello nazionale e proporre linee guida per il miglioramento delle pratiche didattiche, riguardanti l'utilizzo dei test standardizzati INVALSI di matematica a livello di Scuola Primaria. Al fine di studiare la connessione tra la valutazione INVALSI e i processi di insegnamento e apprendimento della matematica, è stata progettata e somministrata un'indagine ad un campione totale di 526 insegnanti della Scuola Primaria. I risultati del questionario presentati e discussi in questo lavoro mostrano le difficoltà degli insegnanti nell'individuare le ragioni degli errori degli studenti e suggeriscono l'esistenza di un conflitto meta-didattico riguardante i discorsi sui processi didattici.

This work presents some results of an interdisciplinary research project aimed at identifying the training needs of teachers at a national level and proposing guidelines for the improvement of teaching practices, regarding the use of standardized INVALSI mathematics tests at Primary School level. In order to study the connection between the INVALSI assessment and the teaching and learning processes of mathematics, a survey was designed and administered to a total sample of 526 primary school teachers. The results of the survey present-

ed and discussed in this work show the teachers' difficulties in identifying the reasons for the students' errors and suggest the existence of a meta-didactic conflict regarding the discourses on teaching processes.

Parole chiave: didattica della matematica; misconcezioni; formazione insegnanti.

Keywords: mathematics education; misconceptions; teacher training.

1. Introduzione/Inquadramento del problema

Il programma nazionale di valutazione standardizzata INVALSI ha portato all'emergere di una serie di macro-fenomeni nel sistema scolastico relativi alle discipline, alla didattica disciplinare e più in generale agli aspetti didattici, legati anche alla scuola e alla cultura della valutazione dei docenti. In particolare, sia dal punto di vista della didattica generale sia dal punto di vista disciplinare, ci si pone una serie di domande e problematiche di ricerca riguardanti: la lettura e l'interpretazione dei dati; l'analisi delle esigenze di formazione degli insegnanti; l'analisi di come le due variabili sopra elencate possano influenzare l'attribuzione di significato dei docenti ai vari item INVALSI.

Noi crediamo che i dati delle valutazioni standardizzate possano essere considerati come strumenti che gli insegnanti possono utilizzare, non solo in una prospettiva sistemica, per la progettazione e l'implementazione di attività di insegnamento e apprendimento significative, ma anche per restituire agli studenti, attraverso la pratica della valutazione formativa, dettagliate informazioni sul loro apprendimento. Ciò vale, a nostro avviso, anche per il programma di valutazione sviluppato dall'INVALSI, grazie al quale, gli insegnanti possono costruire così percorsi riflessivi e meta-cognitivi, funzionali ad un vero e proprio insegnamento basato sulle competenze (William, 2010).

Il progetto di ricerca interdisciplinare, in cui questo lavoro si inquadra, è stato avviato nel 2017 dal “Gruppo INVALSI”, composto da esperti disciplinari e pedagogisti, nell’ambito dell’Osservatorio “Didattica e Saperi Disciplinari” istituito dalla S.I.R.D. (Società Italiana di Ricerca Educativa). Il gruppo ha, sin da subito, condiviso la necessità di interpretare i suddetti fenomeni complessi, con l’obiettivo di individuare i bisogni formativi dei docenti a livello nazionale e di proporre linee guida per il miglioramento delle pratiche didattiche. Questo contributo mostra i primi risultati del progetto volto ad indagare, attraverso la voce dei docenti, il legame tra la valutazione di matematica INVALSI e i processi di insegnamento-apprendimento della matematica a livello di Scuola Primaria.

2. Lo strumento di ricerca: il questionario

I ricercatori del Gruppo INVALSI hanno condiviso l’obiettivo di costruire uno strumento di ricerca, ovvero un questionario, attraverso il quale indagare le percezioni dei docenti della scuola primaria di matematica rispetto alle prove INVALSI.

Tra i vari elementi da analizzare, ci sono senza dubbio fattori legati alle percezioni e opinioni dei docenti che possono facilitare o inibire l’impatto didattico delle prove. Un interesse cruciale è quindi la comprensione dell’atteggiamento e dei significati che i docenti attribuiscono alla valutazione INVALSI. Lo scopo dell’indagine, pertanto, è: indagare le convinzioni dei docenti in merito alle conoscenze e abilità rilevate dai test standardizzati INVALSI; esplorare la prossimità/distanza tra le funzioni e i contenuti degli item INVALSI, da un lato, e le convinzioni e le affermazioni sulle pratiche didattiche dei docenti, dall’altro. In particolare, l’obiettivo è analizzare le conoscenze, le esperienze didattiche e le convinzioni dei docenti della Scuola Primaria per leggere e interpretare domande e dati INVALSI in ambito matematico.

Al fine di specificare le diverse variabili di ricerca che ci inte-

Panel 2

ressavano e l'ipotesi di ricerca relativa alle relazioni tra le variabili, abbiamo costruito il framework di Figura 1.

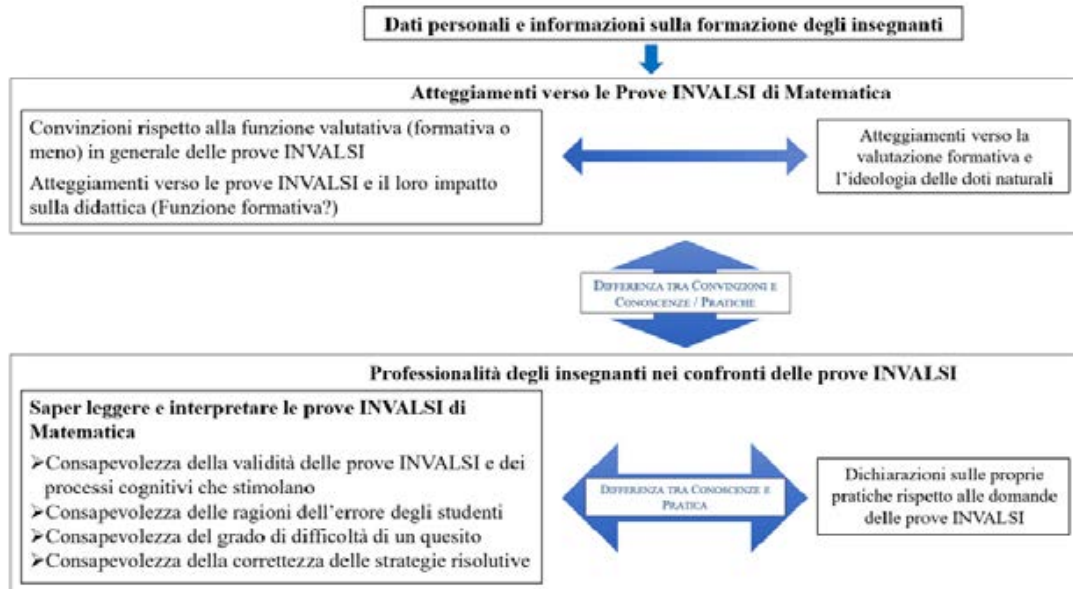


Fig.1 - Framework

Il questionario si compone di tre sezioni. La prima sezione riguarda l'insegnamento della matematica (come gli insegnanti interpretano gli item INVALSI e i loro risultati), ed essendo il focus di questo contributo, sarà presentata più dettagliatamente nel paragrafo 4. La seconda sezione è relativa agli aspetti dell'istruzione generale (quali convinzioni e atteggiamenti hanno gli insegnanti e come li riversano nelle pratiche di insegnamento) e propone tre serie di domande riguardanti: le opinioni dei docenti sul programma di valutazione INVALSI; l'utilità didattica degli articoli INVALSI; le pratiche didattiche connesse agli item INVALSI; l'atteggiamento nei confronti dell'ideologia delle doti naturali (Ciani & Vannini, 2017). I dati raccolti nella terza sezione si riferiscono alla formazione professionale oltre che ai dati personali. Ad esempio, abbiamo chiesto ai partecipanti di indicare: da quanti anni lavorano come insegnanti; da quanto tempo insegnano nella scuola attuale; da quanto tempo sono nel ruolo; quali ruoli ricoprono nella loro scuola.

3. Somministrazione del questionario e descrizione del campione

Il questionario è stato inizialmente somministrato a 105 insegnanti (Try Out). Questa fase iniziale ha permesso di testare le domande del questionario. Successivamente, in base all'analisi dei dati raccolti con il Try Out, il questionario è stato parzialmente modificato. La nuova versione del questionario è stata somministrata utilizzando i moduli Google a 427 insegnanti (Main Study) di cui risultano validi 421 casi. I dati raccolti nelle due campagne sono stati codificati e analizzati utilizzando un software di statistica per l'analisi dei dati (SPSS).

Per le analisi delle domande che non sono cambiate in seguito al Try Out si è deciso di considerare le risposte valide di entrambe le campagne approfittando della loro vicinanza temporale. In questo modo i casi validi sono complessivamente 526.

L'analisi della sezione del questionario relativa ai dati anagrafici e alle informazioni di contesto ha permesso di delineare le caratteristiche del campione. Il 95% dei rispondenti è di genere femminile. Il 68% dei rispondenti ha ricevuto un invito a compilare il questionario dalla propria Scuola e in particolare dal proprio Dirigente Scolastico. Il 71% dei rispondenti insegna in Piemonte o Emilia-Romagna (in cui risiede il 15% della popolazione italiana). Il 90% dei rispondenti sono insegnanti di ruolo. Il 21% dei rispondenti partecipa attivamente alla vita scolastica. Sebbene il campione, anche se ampio, non possa essere considerato rappresentativo, i dati raccolti possono fornirci un'ampia gamma di informazioni differenti su cui riflettere.

4. La prima sezione del questionario

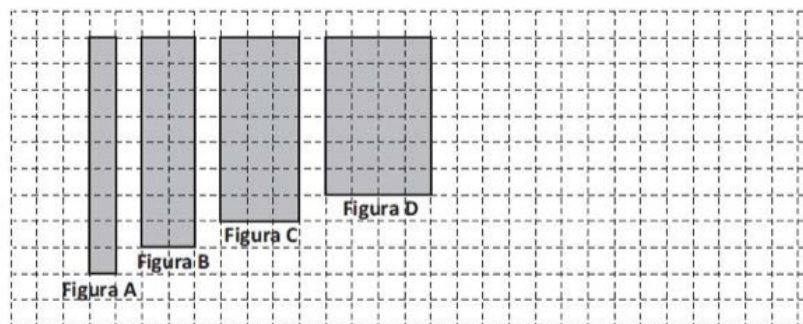
Nella prima sezione del questionario sono presentati sette item INVALSI di grado 5 (ultimo anno della scuola primaria) o 6 (primo anno della scuola secondaria di primo grado) nella loro

Panel 2

formulazione originale. Per ciascuno di essi vengono proposte domande volte a rilevare la conoscenza pedagogica del contenuto matematico – il cosiddetto PCK di Shulman (1986) – da parte dei docenti (misconcetti, errori ricorrenti, livello di difficoltà). Inoltre, vengono proposte domande comparative sulla prossimità/lontananza dei sette item dalle pratiche didattiche e dalle Linee Guida Nazionali (Indicazioni Nazionali, 2012; Ministero dell’Istruzione, 2018) e sull’efficacia degli item INVALSI considerati nella valutazione di alcune competenze.

La prima domanda della prima sezione del questionario fa riferimento al seguente quesito, che nel seguito chiameremo “Perimetri”, somministrato nella prova INVALSI di matematica per la classe prima della scuola secondaria di primo grado nell’a.s. 2011-12.

D3. Osserva la seguente sequenza di figure:



- a. Disegna accanto alla Figura D, nello spazio quadrettato, la figura successiva della sequenza.
- b. Quale tra le seguenti affermazioni è vera?
- A. Le aree delle figure restano sempre uguali
 - B. Le aree delle figure raddoppiano a ogni passaggio
 - C. I perimetri delle figure restano sempre uguali
 - D. I perimetri delle figure aumentano a ogni passaggio

Fig. 2 - Quesito D3, Prova INVALSI 2012, Grado 6

Il quesito è costituito da 2 item (Fig. 2). Nell'item a si chiede di disegnare su uno sfondo quadrettato la quinta figura di una sequenza cui sono riportate le prime quattro figure. L'item b chiede di scegliere, tra quattro affermazioni, quale espliciti le relazioni corrette tra le aree e i perimetri delle figure della sequenza.

Il quesito è stato somministrato a livello censuario a 611 mila studenti italiani delle classi prime della Scuola Secondaria di Primo Grado e i risultati si riferiscono a un campione statistico di circa 40.000 studenti. Nella tabella 1 sono riportate le percentuali di risposte corrette, sbagliate e mancanti di ciascun item.

Risposte	Item a	Item b
Corrette	85,8%	35,7%
Errate	10,9%	62,3%
Mancanti	3,3%	2%

Tab. 1 - Risultati nazionali - Quesito D3, Prova INVALSI 2012, Grado 6

Per rispondere correttamente all'item a, lo studente deve capire che la sequenza rappresenta una serie di rettangoli la cui base, passando dal precedente al successivo, aumenta di un quadretto, mentre l'altezza diminuisce di un quadretto. Per rispondere correttamente all'item b, è necessario riconoscere l'isoperimetria delle figure della sequenza. Le opzioni B e D rappresentano alcune misconcezioni su area e perimetro note in letteratura in didattica della matematica (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2005) per cui si pensa che poiché le figure si allargano, l'area debba aumentare del doppio da una figura all'altra oppure il perimetro debba aumentare di volta in volta. Come vediamo dalla tabella 1, al primo item hanno risposto correttamente circa l'86% degli studenti, mentre all'item b hanno fornito la risposta corretta solo il 36% degli studenti. Nell'item b le opzioni errate più scelte sono state le opzioni B e D; in particolare, l'opzione D "I perimetri delle figure aumentano a ogni passaggio" è stata scel-

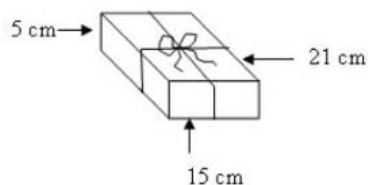
ta dal 36% degli studenti italiani. L'opzione A raccoglie soltanto il 4,4% delle scelte.

Nel questionario, oltre all'immagine del quesito INVALSI, sono state riportate le percentuali di risposta corretta ad entrambi gli item e le percentuali di scelta dell'opzione D dell'item b ed è stato chiesto agli insegnanti di individuare il motivo (prevalente) scatenante la situazione rilevata, scegliendo tra i seguenti motivi:

- Gli alunni non leggono con attenzione il testo
- Gli alunni non conoscono bene le formule per l'area e per il perimetro
- Gli alunni si lasciano ingannare dalla figura
- Gli alunni pensano che se aumenta l'area aumenta anche il perimetro
- Altro ...

Un'altra domanda del questionario, che nel seguito chiameremo "Pacchetto regalo", verte sul macro-fenomeno emerso a livello nazionale in riferimento al quesito in figura 3 (prova INVALSI di matematica 2009 rivolta agli studenti delle classi quinte della Scuola Primaria).

17. Alessandra acquista un libro all'ipermercato; a casa prepara un pacchetto simile a questo:



Quanti cm di nastro ha usato in tutto, sapendo che per fare il fiocco ne sono serviti 30 cm?

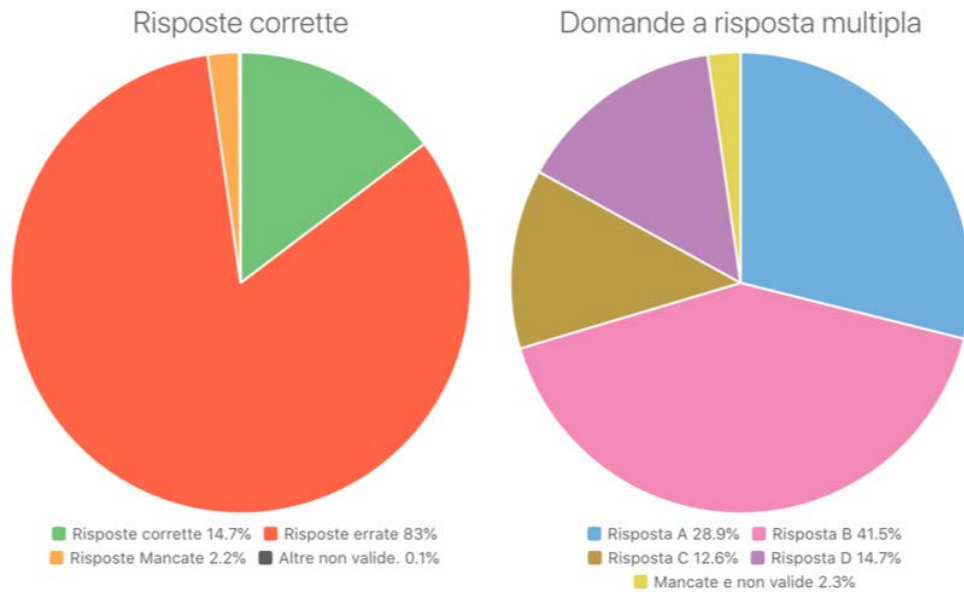
- A. 41.
- B. 71.
- C. 112.
- D. 122.

Fig. 3 - Quesito D17, Prova INVALSI 2009, Grado 5

Il quesito richiede di individuare il quantitativo di centimetri di nastro necessari per impacchettare un pacchetto a forma di parallelepipedo rettangolo raffigurato in figura, sapendo quanto nastro è servito per il fiocco. I dati necessari per la risoluzione sono rappresentati sia in figura sia nel testo.

Nei grafici in Graf. 1. sono riportate le percentuali delle risposte corrette, errate e mancanti e le percentuali di scelta di ciascuna opzione. I dati si riferiscono a un campione statistico di circa 44 mila studenti della classe quinta della Scuola Primaria e mostrano che la percentuale di risposte corrette è molto bassa, inferiore al 15%.

Panel 2



Graf. 1 - Risultati nazionali - Quesito D17, Prova INVALSI 2009, Grado 5 (www.gestinv.it)

Le opzioni errate più scelte sono le opzioni A e B; l'opzione A, 41, è il risultato della somma dei numeri presenti nella figura (5+21+15) e l'opzione B, 71, è la somma dei numeri presenti nella figura e dell'unico altro numero espresso in cifre nel testo (41+30).

Questi approcci risolutivi, utilizzati nel quesito da più del 70% degli studenti italiani, sono chiaramente inquadrabili con uno dei costrutti più noti in letteratura di didattica della matematica, il contratto didattico nel senso di Brousseau (1986). In particolare, si tratta della cosiddetta "clausola di delega formale" definita in D'Amore (2002).

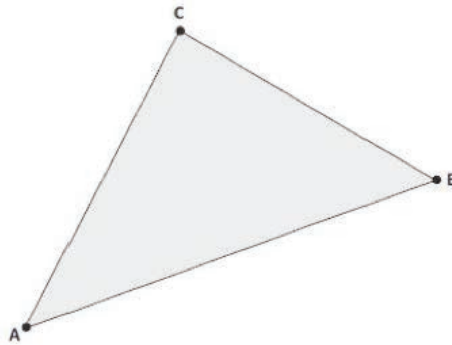
Nel questionario somministrato agli insegnanti è stata fornita la percentuale di scelta della risposta corretta ed è stato chiesto di individuare la causa principale della percentuale di risposte corrette così bassa, scegliendo tra le seguenti:

- Perché gli alunni non hanno sufficiente capacità di visualizzazione spaziale
- Perché non hanno fatto abbastanza attività manipolative

- Perché non hanno compreso la consegna
- Perché hanno sbagliato i calcoli
- Perché non leggono il testo con attenzione
- Perché pensano solo a fare le operazioni
- Altro...

Un'altra domanda significativa in questa direzione è la domanda inerente al quesito, che nel seguito chiameremo "Altezza", somministrato nella prova INVALSI 2012 agli studenti di grado 6. Il quesito richiede di disegnare l'altezza del triangolo raffigurato in riferimento a un lato (Fig. 4).

D25. Osserva la figura.



Disegna nel triangolo ABC l'altezza CH relativa al lato AB.

Fig. 4 - Quesito D25, Prova INVALSI 2012, Grado 6

Il quesito affronta la relazione di perpendicolarità dell'altezza rispetto alla base, distinguendola dall'essere un segmento necessariamente verticale. In geometria, l'identificazione dell'altezza con il concetto di verticalità è una misconcezione molto diffusa tra gli studenti di tutti i gradi scolastici (Sbaragli, 2012) e, molto probabilmente, è anche la principale causa della bassa percentuale di risposte corrette del quesito.

Il quesito è stato somministrato a livello censuario a 611 mila studenti italiani di grado 6 e i risultati si riferiscono a un campione statistico di circa 40.000 studenti. Hanno risposto corret-

Panel 2

tamente il 51,1% degli studenti e la percentuale di risposte mancanti o non valide è del 15,6%.

Nel questionario è stata riportata la percentuale nazionale delle risposte corrette a livello nazionale ed è stato richiesto agli insegnanti di indicare quale, tra le seguenti, è la principale causa del dato rilevato:

- Gli alunni non leggono il testo con attenzione
- Gli alunni non conoscono bene la definizione di altezza di un triangolo
- Gli alunni si lasciano ingannare dalla figura
- Gli alunni pensano che l'altezza debba essere verticale
- Altro...

L'ultima domanda della prima sezione del questionario, che nel seguito chiameremo "Caraffe", fa riferimento al quesito in figura 5 (prova INVALSI 2016), somministrato a livello censuario a più di 550 mila studenti delle classi quinte della Scuola Primaria.

Il quesito è composto da due item: l'item a richiede di calcolare la differenza tra l'acqua contenuta nella caraffa F e l'acqua contenuta nella caraffa G (dati presenti sia nel testo scritto sia nelle figure) e l'item b richiede di scegliere, tra quattro affermazioni, quella che spiega perché la differenza tra le quantità di acqua non cambia.

- D31. Le caraffe che vedi in figura sono uguali.
La caraffa F contiene 280 ml di acqua.
La caraffa G contiene 125 ml di acqua.



- a. Quanta acqua contiene la caraffa F più della caraffa G?
Risposta: ml
- b. Anna aggiunge 100 ml di acqua nella caraffa F e 100 ml di acqua nella caraffa G.
La differenza tra la quantità di acqua contenuta nella caraffa F e quella contenuta nella caraffa G cambia?
Scegli l'affermazione corretta.
- A. Sì, cambia perché si aggiunge acqua nelle due caraffe
- B. Sì, cambia perché la caraffa F contiene 380 ml di acqua e la caraffa G ne contiene 225 ml
- C. No, non cambia perché si aggiunge nelle due caraffe la stessa quantità di acqua
- D. No, non cambia perché le due caraffe sono uguali

Fig. 5 - Quesito D31, Prova INVALSI 2016, Grado 5

Come mostra la tabella 2, a differenza di ciò che accade nel primo item, le percentuali di risposte corrette nel secondo item sono inferiori al 50% (Tab. 2).

Panel 2

Risposte	Item a	Item b
Corrette	71,4%	49,6%
Errate	26,1%	47,9%
Mancanti	2,5%	2,5%

Tab. 2 - Risultati nazionali - Quesito D31, Prova INVALSI 2016, Grado 5

I dati si riferiscono a un campione statistico di poco più di 25 mila studenti; l'opzione errata più scelta è l'opzione B (29,1%) in cui si fa riferimento alle diverse quantità di acqua già presenti nelle due caraffe, dato in realtà non rilevante ai fini della soluzione. Infatti, il quesito richiede di capire che la differenza tra le quantità di acqua non cambia in quanto si aggiunge nelle due caraffe uguali la stessa quantità di acqua. I dati hanno rivelato misconcezioni legate alla situazione di invarianza e difficoltà nell'individuare una condizione necessaria, ma non sufficiente.

Nel questionario sono riportate sia le percentuali di risposta corretta all'item b sia le percentuali di scelta dell'opzione B ed è chiesto agli insegnanti di scegliere, tra le seguenti, la causa del macro-fenomeno emerso in sede di valutazione standardizzata:

- Gli alunni non leggono il testo con attenzione
- Il testo del quesito è troppo complesso per gli alunni
- Il testo del quesito fa scattare in loro automatismi legati alla parola differenza
- Il testo della risposta confonde gli alunni su quanto chiesto nel quesito
- Gli alunni eseguono la sottrazione e sbagliano il calcolo
- Altro...

5. Risultati

Di seguito presentiamo e analizziamo le risposte date alle domande del questionario relative all'interpretazione degli errori degli studenti da parte degli insegnanti, per ognuno dei quesiti

INVALSI descritti e analizzati nel paragrafo precedente.

In riferimento al quesito Perimetri tra le opzioni proposte ai rispondenti quella che riteniamo la più pertinente a spiegare la misconcezione degli studenti relativa al quesito INVALSI è: “Gli alunni pensano che se aumenta l’area aumenta anche il perimetro”. Come si evince dalla tabella 3, soltanto 113 insegnanti, il 21,5%, scelgono questa opzione come motivazione dell’errore. Si evidenzia, inoltre, che le due opzioni più scelte sono “Gli alunni non leggono con attenzione il testo” e “Gli alunni si lasciano ingannare dalla figura”, che insieme sono state scelte dal 66,9% dei rispondenti.

Item_3_L’85,8% degli alunni ha risposto correttamente all’item a. All’item b ha risposto correttamente “C” il 35,7% e quasi altrettanti hanno scelto l’opzione “D”. Secondo te, questo è dovuto prevalentemente a:			
	Frequenza	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Gli alunni non leggono con attenzione il testo	180	34,2	34,2
Gli alunni non conoscono bene le formule per l’area e per il perimetro	11	2,1	36,3
Gli alunni si lasciano ingannare dalla figura	172	32,7	69,0
Gli alunni pensano che se aumenta l’area aumenta anche il perimetro	113	21,5	90,5
Altro	50	9,5	100,0
Totale	526	100,0	

Tab. 3 - Frequenze delle risposte alla domanda 3

In riferimento al quesito Pacchetto regalo era possibile scegliere due tra le opzioni proposte. Le combinazioni di risposta che riteniamo più pertinenti a spiegare il macro-fenomeno emerso a livello nazionale spiegabile con il costrutto “clausola di delega formale”, sono le coppie che comprendono l’opzione “Perché pensano solo a fare le operazioni”. Soltanto 75 insegnanti, il

Panel 2

14,3%, scelgono questa opzione come motivazione dell'errore. L'opzione "Perché gli alunni non hanno sufficiente capacità di visualizzazione spaziale" è stata scelta da 274 insegnanti ma solo 21 di questi la sceglie insieme all'opzione considerata essenziale per la corretta interpretazione dell'errore commesso dagli studenti.

In riferimento al quesito Altezze tra le opzioni proposte ai rispondenti quella che riteniamo la più pertinente a spiegare la misconcezione degli studenti relativa al quesito INVALSI è: "Gli alunni pensano che l'altezza debba essere verticale". Come si evince dalla tabella 4, 172 insegnanti, il 34,6%, scelgono questa opzione come motivazione dell'errore. Le due opzioni ritenute poco pertinenti con la motivazione dell'errore che risultano più scelte sono "Gli alunni si lasciano ingannare dalla figura" e "Gli alunni non conoscono bene la definizione di altezza di un triangolo", che insieme sono state scelte da più del 50% dei rispondenti.

Item_15_Solo il 51,5% degli alunni di V Scuola Primaria ha risposto correttamente al quesito. Secondo te questo è dovuto prevalentemente a:			
	Frequenza	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Gli alunni non leggono il testo con attenzione	41	8,2	8,2
Gli alunni non conoscono bene la definizione di altezza di un triangolo	107	21,5	29,8
Gli alunni si lasciano ingannare dalla figura	143	28,8	58,6
Gli alunni pensano che l'altezza debba essere verticale	172	34,6	93,2
Altro	33	6,6	99,8
Non valido	1	,2	100,0
Totale	497	100,0	

Tab. 4 - Frequenze delle risposte alla domanda 15

In riferimento al quesito Caraffe tra le opzioni proposte ai rispondenti quella che riteniamo la più pertinente a spiegare la misconcezione degli studenti relativa al quesito INVALSI è: “Il testo del quesito fa scattare in loro automatismi legati alla parola differenza”. Come si evince dalla tabella delle frequenze (Tab. 5) sono 200, il 40%, gli insegnanti che scelgono questa opzione come motivazione dell’errore. Sebbene sia la percentuale più alta raggiunta per questo set di domande riguardanti l’interpretazione dell’errore, rimane comunque inferiore al 50%. L’opzione ritenuta poco pertinente con la motivazione dell’errore che risulta più scelta (dal 28,3% dei rispondenti) è: “Gli alunni non leggono con attenzione il testo”.

Item_20_ Il 50,1% degli alunni ha risposto correttamente (opzione “C”) all’item b, ma il 26,8% ha scelto l’opzione “B”. Secondo te, questo è dovuto prevalentemente a:			
	Frequenza	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Gli alunni non leggono il testo con attenzione	140	28,3	28,3
Il testo del quesito è troppo complesso per gli alunni	44	8,9	37,2
Il testo del quesito fa scattare in loro automatismi legati alla parola differenza	200	40,5	77,7
Il testo della risposta confonde gli alunni su quanto chiesto nel quesito	60	12,1	89,9
Gli alunni eseguono la sottrazione e sbagliano il calcolo	7	1,4	91,3
Altro	42	8,5	99,8
Non valido	1	,2	100,0
Totale	494	100,0	

Tab. 5 - Frequenze delle risposte alla domanda 20

6. Discussione e conclusioni

Le risposte alle quattro domande presentate mettono in evidenza le difficoltà degli insegnanti nel riconoscere le ragioni degli errori degli studenti. In particolare, ci sembra significativo sottolineare che il peso che gli insegnanti attribuiscono alla incomprendimento del testo da parte degli studenti è sintomo di una mancata consapevolezza delle difficoltà degli studenti che, pertanto, individua un bisogno formativo in termini di conoscenze specifiche di didattica della matematica e di pratiche didattiche che facciano della comprensione del testo oggetto, anche, dell'insegnamento della matematica.

Visti i risultati, abbiamo pensato fosse interessante costruire un indice, le cui frequenze sono riportate in tabella 6, che ci consentisse di fare considerazioni più generali sulla consapevolezza delle ragioni degli errori degli studenti da parte degli insegnanti.

Sebbene si trattasse di domande a scelta multipla, e alcune delle opzioni risultate in generale più scelte come la scarsa attenzione nella lettura del testo fossero sempre uguali per tutte le domande proposte, ci sembra significativo che il 35% non individui nessuna delle interpretazioni corrette. Soltanto 5 insegnanti, l'1% del totale, inoltre, interpreta correttamente le ragioni degli errori degli studenti per tutti e quattro i quesiti. Il 33,8% riesce ad individuare solo una delle ragioni: siamo molto al di sotto del 50% del campione intervistato.

Consapevolezza delle ragioni dell'errore			
	Frequenza	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Non risponde correttamente a nessuna delle domande sull'interpretazione dell'errore	184	35,0	35,0
Risponde correttamente a 1 delle domande sull'interpretazione dell'errore	178	33,8	68,8
Risponde correttamente a 2 delle domande sull'interpretazione dell'errore	115	21,9	90,7
Risponde correttamente a 3 delle domande sull'interpretazione dell'errore	44	8,4	99,0
Risponde correttamente a 4 delle domande sull'interpretazione dell'errore	5	1,0	100,0
Totale	526	100,0	

Tab. 6 – Frequenze dell'indice “Consapevolezza delle ragioni dell'errore”

Le analisi presentate in questo lavoro sembrano essere in accordo con i primi risultati emersi dal Try Out. Questi ultimi, inoltre, avevano suggerito (Arzarello e Ferretti, in stampa) l'esistenza di un conflitto metadidattico riguardante i discorsi sui processi didattici, mettendone in evidenza tre diverse componenti: come gli insegnanti percepiscono le difficoltà degli studenti nei quesiti INVALSI; come gli insegnanti interpretano le risposte e gli errori degli studenti; quanto gli insegnanti ritengono utili i quesiti INVALSI e come li utilizzano nella pratica didattica.

Ulteriori approfondimenti quantitativi e qualitativi sono necessari per confermare l'ipotesi dell'esistenza del conflitto metadidattico e chiarirne la struttura e la natura (per esempio rispetto

alle conoscenze e alle convinzioni degli insegnanti) al fine di predisporre delle linee guida per la formazione iniziale e in servizio.

Riferimenti bibliografici

- Brousseau G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7, 2, 33-115
- Ciani A., Vannini I. (2017). Equità e didattica. Validazione di scale sulle convinzioni di insegnamento democratico. *Cadmo*, 25(2), 5-32. doi: 10.3280/CAD2017-002003.
- D'Amore B. (2002). La ricerca in didattica della matematica come epistemologia dell'apprendimento della matematica. *Scuola & Città*, 4, 56-82.
- D'Amore B., & Fandiño Pinilla M. I. (2005). Relazioni tra area e perimetro: convinzioni di insegnanti e studenti. *La matematica e la sua didattica*, 2, 165-190.
- Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione (2012). *Annali della Pubblica Istruzione*, special issue.
- Sbaragli S. (2012). Il ruolo delle misconcezioni nella didattica della matematica. In B. Bolondi, M.I. Fandiño Pinilla (2012). I quaderni della didattica. *Metodi e strumenti per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica*, 121-139.
- Shulman L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- William D. (2010). Standardized testing and school accountability. *Educational Psychologist*, 45, 2, 107-122.