

## Lo storytelling, la sinergia di artefatti e il gioco per costruire il senso di numero naturale

Storytelling, synergy between artefacts and play to construct the natural number sense

**Michele Giuliano Fiorentino, Antonella Montone e Giuditta Ricciardiello**

Università degli Studi di Bari “Aldo Moro” – Italia

✉ [michele.fiorentino@uniba.it](mailto:michele.fiorentino@uniba.it), [antonella.montone@uniba.it](mailto:antonella.montone@uniba.it), [giuditta.ricciardiello@uniba.it](mailto:giuditta.ricciardiello@uniba.it)

**Sunto** / L'esperienza didattica sperimentale qui presentata è stata progettata sulla base della teoria della mediazione semiotica e dello storytelling. Realizzata in una classe di prima primaria, essa ha avuto come obiettivo la costruzione del senso di numero naturale e la linea dei numeri, attraverso le potenzialità offerte dalla struttura narrativa delle fiabe, l'ausilio del gioco e l'utilizzo di artefatti, in una prospettiva di curriculum verticale. Attraverso la narrazione, la sinergia di tre artefatti e il gioco si è favorita la costruzione del “senso” di numero naturale nei suoi tre aspetti cardinale, ordinale e ricorsivo, favorendo negli alunni l'acquisizione degli obiettivi didattici espressi nelle Indicazioni nazionali e – in un'ottica più a lungo termine – nei traguardi per lo sviluppo delle competenze esplicitati nello stesso documento.

**Parole chiave:** *storytelling*; numeri naturali; senso del numero naturale; artefatti; gioco.

**Abstract** / The didactical experimental path here presented has been designed on the basis of the semiotic mediation theory and of the storytelling. This research and experimental work, carried out in a first grade class of primary school, aimed to build the sense of natural number and the number line, through the potential offered by the narrative structure of fairy tales, the aid of game and the use of artefacts, in a vertical curriculum perspective. Through the narration, the synergy of three artefacts and the game, the construction of the natural number sense was promoted in its three aspects cardinal, ordinal and recursive, encouraging students to acquire the teaching objectives expressed in the National guidelines and – from a more long-term perspective – in the goals for the development of skills set out in the same document.

**Keywords:** *storytelling*; natural numbers; natural number sense; artefacts; game.

# 1 Introduzione

---

Il numero naturale è presente in tutte le attività di vita quotidiana e in particolare nella vita dei bambini, i quali sin dai primi anni contano piccole quantità ed esprimono situazioni (età, data di nascita, componenti della famiglia, misurazioni, ordinamenti ecc.). All'ingresso nella scuola primaria<sup>1</sup> e lungo tutto il percorso scolastico, il numero rappresenta uno dei nuclei fondanti della matematica oltre che uno dei temi principali, come indicato nei documenti ministeriali. Accade spesso che le necessità di acquisizione di abilità di lettura e scrittura di numeri naturali, o di memorizzazione della sequenza numerica, non siano accompagnate da un lavoro altrettanto approfondito riguardante il senso del numero. Questo può accadere più frequentemente con alunni in difficoltà, i quali potrebbero trovare conforto e sicurezza in apprendimenti riproduttivi e schematici, rischiando così di rimanere esclusi da apprendimenti più significativi.

Obiettivo principale del percorso didattico sperimentale qui proposto è quello di costruire il senso di numero naturale e la linea dei numeri, attraverso la narrazione, l'ausilio del gioco e l'utilizzo di artefatti. In particolare, la narrazione e il gioco vengono scelti quali modalità funzionali per approcciarsi alla scoperta e alla costruzione di nuovi concetti matematici. Abbiamo ritenuto l'ambiente fantastico delle fiabe il luogo in cui il bambino potrebbe mettere in atto una forte capacità creativa, distaccandosi dalla realtà che lo circonda e utilizzando una forma di pensiero astratto, necessario a costruire il pensiero matematico formale. L'esperienza didattica sperimentale qui descritta è stata realizzata con bambini di scuola primaria, i quali hanno elaborato tutti gli elementi costitutivi di una fiaba, inizialmente magica e successivamente scientifica, laddove ciò che serve e ciò che accade ai personaggi si trasforma in concetti matematici e problemi da risolvere. In questo articolo, oltre a presentare la progettazione didattica sperimentale, si analizzano le potenzialità della narrazione per la costruzione di concetti matematici attraverso il gioco e le potenzialità semiotiche di uno degli artefatti utilizzati.

## 2 Quadro teorico di riferimento

---

### **2.1 Teoria della mediazione semiotica e ruolo degli artefatti, il gioco e lo storytelling come ambiente didattico laboratoriale**

Secondo la teoria della mediazione semiotica (TMS) (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008), l'uso di artefatti adeguatamente individuati, che svolgono la funzione di mediatori dell'apprendimento, favorisce la costruzione di significati matematici e di concetti complessi. La TMS inoltre costituisce un importante riferimento per studiare il rapporto tra gli artefatti, le azioni che essi consentono di compiere e la costruzione dei concetti matematici da parte degli allievi che li utilizzano.

L'uso del termine "artefatto" e quello della relativa espressione "schema d'uso" sono coerenti con quelli dati da Rabardel (1995), ma sono stati rielaborati da Bartolini Bussi e Mariotti (2008) per definire il costruito di potenziale semiotico: da un lato, i significati personali sono legati all'uso dell'artefatto, in particolare in relazione allo scopo di risolvere il compito; d'altra parte, i significati matematici possono essere correlati all'artefatto e al suo utilizzo. Questa doppia relazione semiotica sarà chiamata *potenziale semiotico* di un artefatto.

In questo senso, le potenzialità didattiche offerte da qualsiasi artefatto possono essere messe in relazione con la possibilità di sfruttare tale duplice relazione che l'artefatto ha con i significati personali

---

1. La scuola primaria in Italia dura cinque anni e corrisponde alla scuola elementare nel Canton Ticino.

che emergono dal suo uso e con i significati matematici che potrebbero essere evocati da tale uso. Coerentemente, qualsiasi intervento didattico può essere progettato sulla base di tali potenzialità e mirare a favorire l'evoluzione dai significati personali radicati nell'uso dell'artefatto verso i significati matematici che costituiscono l'obiettivo educativo.

Un ulteriore costrutto teorico a cui abbiamo fatto riferimento riguarda la nozione di sinergia tra artefatti differenti (Mariotti & Montone, 2020). In una prospettiva semiotica coerente con la TMS, la nozione di sinergia fa riferimento all'emergere e all'evoluzione dei segni, sia nella fase individuale che in quella collettiva dell'attività in classe, e in relazione ai diversi artefatti coinvolti. Si classifica come evento di sinergia qualsiasi fenomeno in cui sia possibile riconoscere che un riferimento implicito o esplicito a diversi artefatti crea una relazione tra significati che emergono dal loro uso. Una manifestazione di sinergia si ha quando l'emergere di un fenomeno di interferenza semiotica favorisce l'evoluzione dei segni in un'efficace catena semiotica (Maffia & Maracci, 2019). Quando i significati legati all'uso di uno degli artefatti completano i significati emersi dall'uso dell'altro, ad esempio fornendo caratteristiche extra, si dice che si è verificata una sinergia che contribuisce ad approfondire e tessere la rete semiotica connessa al significato matematico. La sinergia si verifica quando segni specifici entrano in risonanza con i diversi significati radicati nell'esperienza con diversi artefatti (Mariotti & Montone, 2020).

Questi presupposti didattici sono coerenti con l'utilizzo di metodologie laboratoriali nella didattica. Da questo punto di vista, anche le Indicazioni nazionali (Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca [MIUR], 2012) mettono in evidenza l'importanza di costruire concetti raffinati e complessi a partire dai primi anni di scuola e forniscono suggerimenti metodologici per affrontare e costruire in modo graduale e circolare i concetti astratti. In particolare, nel documento si suggerisce di:

«Realizzare attività didattiche in forma di laboratorio, per favorire l'operatività e allo stesso tempo il dialogo e la riflessione su quello che si fa. Il laboratorio, se ben organizzato, è la modalità di lavoro che meglio incoraggia la ricerca e la progettualità, coinvolge gli alunni nel pensare, realizzare, valutare attività vissute in modo condiviso e partecipato con altri, e può essere attivata sia nei diversi spazi e occasioni interne alla scuola sia valorizzando il territorio come risorsa per l'apprendimento» (MIUR, 2012, p. 27) e ancora «l'esperimento, la manipolazione, il gioco e la narrazione sono delle occasioni privilegiate per apprendere per via pratica, quello che successivamente dovrà essere fatto oggetto di più elaborate conoscenze teoriche e sperimentali».

(MIUR, 2012, p. 7)

In tale prospettiva, il "laboratorio" nel quale si sviluppa il legame tra il processo narrativo e la costruzione di concetti matematici, è quello dello storytelling, un ambiente di apprendimento costruttivista. Esso si può intendere come un vero e proprio sistema di elementi in cui sono rilevanti il luogo dove si svolge l'attività, gli attori coinvolti, il tempo, le regole di comportamento, i compiti e i problemi da risolvere, gli artefatti da utilizzare, i linguaggi da utilizzare e gli aspetti culturali da selezionare, analizzare e manipolare. In tale sistema lo studente diventa il protagonista orientandosi nell'attività di produzione dei significati. Tali attività vengono svolte in maniera collaborativa e permettono di costruire una storia finale, identificata come un artefatto culturale. Il tutto si svolge in un'attività di problem solving/gioco in cui si sviluppano la sperimentazione, la creatività, la discussione, l'analisi e le interpretazioni delle situazioni in un contesto che attribuisce ad esse un significato proprio in relazione al compito da svolgere e ai significati da costruire. La risoluzione di un problema contestualizzata in una situazione reale adotta procedure tipicamente utilizzate dagli specialisti della disciplina. Tutto ciò permette agli studenti di acquisire consapevolezza e costruire i concetti della disciplina, nel ruolo di esperti (Dunlap & Grabinger, 1996).

Il gioco è stato lo strumento attraverso il quale i personaggi narrativi, frutto dell'immaginazione dei bambini, le loro azioni e il contesto nel quale essi si muovono hanno assunto il ruolo di mediatori di concetti matematici. In questa fascia di età il gioco è "una cosa seria", rappresenta un "problema" da affrontare e risolvere, per potersi divertire; svolge, inoltre, un ruolo centrale nella motivazione e favorisce l'inclusione, poichè è un'attività fortemente cooperativa (Butterworth, 1999).

Durante il gioco viene stimolato il confronto dialettico ed è più facile che ci sia accettazione del fallimento (si gioca per giocare, non per vincere) e delle idee dell'altro. Mentre giocano i bambini non si sentono giudicati dall'insegnante, si sentono liberi di motivare le loro scelte, di affermare le loro opinioni e di confrontarsi con le idee dei compagni (D'Amore & Sbaragli, 2011).

Il gioco, quindi, regola l'autodisciplina che serve al buon funzionamento e alla riuscita dell'attività, promuove l'intelligenza sociale e funziona da catalizzatore dell'attività didattica. Esso, infatti, favorisce la devoluzione, meccanismo grazie al quale i bambini diventano effettivamente protagonisti del loro processo di apprendimento, perché consapevolmente responsabili delle loro azioni e scelte (D'Amore & Marazzani, 2011). Il gioco ha inoltre valenza estremamente positiva a livello sociale e, al contempo, aiuta a sviluppare un atteggiamento positivo verso la matematica, come prescritto dalle Indicazioni nazionali (MIUR, 2012).

La struttura narrativa, infine, ha costituito l'ambiente di apprendimento, tipico dello storytelling, nel quale i bambini di scuola primaria hanno organizzato le conoscenze, rivelando una forte capacità creativa, che ha permesso loro di staccarsi dalla realtà che li circonda (Crespi, 2012). In questo processo, il bambino che costruisce la storia mette in relazione una serie di fattori che danno senso ad idee astratte, come ad esempio il numero, perché contestualizzate e rese utili dalle problematizzazioni presenti nella storia.

In sintesi, l'esperienza didattica qui presentata si compone di alcuni elementi progettuali intrecciati tra loro: da un lato la TMS ha fornito la struttura per la progettazione, l'implementazione e l'analisi delle attività, dall'altro la narrazione di una storia ha avuto il ruolo di veicolo attraverso cui le idee matematiche sono state calate nella realtà, nello spazio e nel tempo, legandosi alle intenzioni di chi narra (Dibattista & Morgese, 2014).

## 2.2 Il contenuto matematico: il numero naturale

Nel curriculum di matematica, il concetto di numero naturale si sviluppa verticalmente dalla scuola primaria alla scuola secondaria di secondo grado,<sup>2</sup> poiché va ampliandosi e arricchendosi gradualmente, diventando via via più complesso (Villani, 2003). Lungi dall'essere un concetto banale, esso è in realtà complesso, composto da vari aspetti e sfaccettature. In questo contributo prenderemo in considerazione tre aspetti: l'aspetto cardinale, l'aspetto ordinale, e l'aspetto ricorsivo.

L'aspetto cardinale del numero fa riferimento all'idea di equipotenza tra insiemi non vuoti in corrispondenza biunivoca tra loro. L'equipotenza è una "relazione di equivalenza" perché soddisfa la proprietà riflessiva, quella simmetrica e quella transitiva; questo fa sì che ogni classe di equivalenza sia composta da insiemi equipotenti, e che ciascun numero cardinale possa essere interpretato, appunto, come classe di equivalenza comprendente tutti gli insiemi di numerosità pari al numero stesso. Il numero è dunque il simbolo che rappresenta la suddetta classe di equivalenza.

Cercare di stabilire una corrispondenza biunivoca tra due insiemi porta a diversi casi possibili: può accadere che gli elementi del primo insieme siano tanti quanti quelli del secondo, che il primo insieme contenga più elementi del secondo o viceversa. Il confronto tra queste quantità permette di creare una relazione d'ordine, e induce l'ordinamento usuale nei numeri naturali. Tale relazione è quella che ci permette di affermare quale insieme contenga il minor numero di elementi, ovvero quale numero precede un altro. L'aspetto ordinale del numero quindi consente di effettuare ordinamenti, conducendo gradualmente a costruire la linea dei numeri. Se l'aspetto cardinale permette, semplificando, di contare gli elementi di un insieme e l'aspetto ordinale permette di riordinarli, secondo un ordine crescente o decrescente, l'aspetto ricorsivo del numero naturale, attraverso gli assiomi di Peano, completa il concetto di numero perché fissa un punto di partenza assumendo zero come primo numero naturale e definisce l'operazione di successivo per generare l'intera sequenza numerica. Infatti, attra-

2. La scuola secondaria di secondo grado in Italia dura cinque anni e corrisponde all'ultimo anno di scuola media e alla scuola media superiore o scuole professionali nel Canton Ticino.

verso l'azione di aggiungere 1 ad un qualunque numero  $n$ , è possibile costruire il numero successivo di  $n$ ,  $n + 1$ , e costruire una linea dei numeri che partendo da 0 non contenga "salti" (Contardi et al., 2004; Courant & Robins, 1971).

### 3 Obiettivi, scelte didattiche e artefatti utilizzati

---

Come più volte emerso, l'obiettivo matematico del percorso sperimentale proposto è costruire il senso di numero naturale e la linea dei numeri.

Questi concetti, che generalmente potrebbero legarsi ad un'idea puramente quantitativa, racchiudono una struttura matematica complessa di natura qualitativa che fa riferimento a raffinati concetti matematici (come ad esempio la relazione di equivalenza, la relazione d'ordine, la corrispondenza biunivoca, l'assiomatica di Peano), che sono indispensabili per la costruzione di una visione del numero di valore "qualitativo", piuttosto che meramente "quantitativo". Potrebbe, inoltre, accadere che i bambini, anche molto piccoli, contino ripetendo la sequenza numerica, come fosse una filastrocca, talvolta saltando dei numeri. Questo potrebbe essere indicativo del fatto che i bambini possano aver acquisito piuttosto un'abilità meccanica di ripetizione mnemonica, e non il significato matematico.

Per far sì che il bambino costruisca correttamente il concetto di numero naturale in tutti i suoi aspetti è necessario guidarlo verso l'acquisizione dei diversi elementi che lo compongono.

Gli aspetti specifici del numero sono stati evocati dall'utilizzo di tre artefatti legati a compiti adeguatamente strutturati dall'insegnante (Di Paola et al., 2023).

Gli artefatti sono stati scelti per i loro potenziali semiotici, in termini di significati sottesi che possono essere evocati quando si eseguono compiti che coinvolgono il loro uso. In particolare, l'intera sperimentazione ha utilizzato due artefatti concreti, due giochi di società che coinvolgono tutti gli studenti, inclusi gli alunni in difficoltà, e un artefatto digitale, un robottino programmabile in grado di muoversi su una linea dei numeri appositamente creata su carta quadrettata.

Il primo artefatto, utilizzato per effettuare il "Gioco del via!", avente come obiettivo quello di costruire l'aspetto cardinale del numero come rappresentante delle classi di equipotenza, è costituito da: buste trasparenti richiudibili che modellizzano gli insiemi contenenti oggetti di piccole dimensioni; alcune buste bianche, tutte uguali, che modellizzano le classi di equivalenza. Ciascun giocatore possiede una busta trasparente riempita con un numero casuale di oggetti di cancelleria.

Il secondo artefatto, utilizzato per effettuare il gioco de "Il prato dei conigli", è costituito da una plancia di gioco divisa in quattro aree, 40 coniglietti di legno di diversi colori e un mazzo di carte da gioco che raffigurano delle quantità. La plancia di gioco e i coniglietti evocano rispettivamente l'idea di insieme e degli elementi di un insieme, e la loro cardinalità rispetto al colore dei coniglietti. Le carte permettono di effettuare una corrispondenza biunivoca tra il numero rappresentato su ciascuna carta e i coniglietti presenti sulla plancia di gioco. Con lo spostamento di un coniglietto da un'area all'altra si simula naturalmente la ricorsività, ovvero l'aggiunta o la sottrazione di 1 per aumentare o diminuire la numerosità di coniglietti dello stesso colore.

Il terzo artefatto digitale, utilizzato per effettuare il gioco "A spasso con NumberBot", è costituito da un robottino programmabile e una striscia di carta su cui sono rappresentati i numeri da 0 a 10, che evoca l'idea di linea dei numeri. Su di essa il robottino si muove seguendo una determinata programmazione fatta dai bambini e, spostandosi in modo programmato, simula il movimento sulla linea dei numeri, evocando l'idea di ricorsività (+1 e -1) e di rappresentazione della successione numerica.

Il percorso è stato strutturato in cicli didattici con consegne ben precise e momenti di discussione matematica collettiva. Durante la discussione matematica sono emersi i vari aspetti del numero naturale, legati ai diversi artefatti utilizzati. Tale processo di riflessione condivisa ha guidato gli alunni

verso la costruzione consapevole del complesso concetto di numero naturale, attraverso un percorso di scoperta e risoluzione di problemi legati di volta in volta al gioco proposto.

Con l'utilizzo di giochi a squadre è stato possibile costruire significati matematici attraverso l'interazione sociale, il lavoro cooperativo e la risoluzione di "problemi" sorti ogni qualvolta bisognava giocare. Il processo di apprendimento, durante le attività in classe, si è realizzato "per gioco", partecipando ad un gioco al quale ciascuno ha apportato il proprio personale e originale contributo (Butterworth, 1999).

## 4 Il percorso sperimentale: le attività di gioco

---

Il percorso sperimentale è stato realizzato in una classe prima primaria dell'Istituto Comprensivo Balilla-Imbriani di Bari, composta da 21 alunni dei quali uno con insegnante di sostegno per grave disabilità e due alunni con difficoltà afferente all'area comportamentale e affettivo-relazionale. L'intera sperimentazione si è sviluppata inizialmente attraverso la creazione di una fiaba, in contesto matematico, da parte dei bambini, seguita dallo svolgimento di tre giochi, "Gioco del via!", "Il prato dei conigli" e "A spasso con NumberBot", svolti in sequenza.

La creazione della fiaba ha avuto come obiettivo quello di generare un sistema di elementi in cui lo studente diventa protagonista orientandosi nell'attività di produzione dei significati.

### 4.1 Gioco del via!

Il "Gioco del via!", mirato a costruire l'aspetto cardinale del numero come rappresentante delle classi di equipotenza, ha poi permesso di costruire gli aspetti ordinale e ricorsivo attraverso la risoluzione di situazioni problematiche che si sono presentate nello sviluppo del gioco stesso.

Individuato un conduttore di gioco, egli estrae dal sacchetto un oggetto per volta e ogni volta dice «Via!»; contestualmente, ogni volta che il conduttore dice «Via!» i partecipanti estraggono dalla loro busta un oggetto e lo poggiano sul banco. In tal modo si evoca un'idea di corrispondenza biunivoca tra gli elementi delle buste trasparenti. Ogni volta che uno o più giocatori terminano gli oggetti della propria busta, dicono «Stop!», rimettono tutti gli oggetti nella busta, la chiudono e le ripongono in una busta bianca. In questo modo si evoca l'idea di classi di equipotenza. Il gioco termina quando tutti i partecipanti hanno svuotato le loro buste trasparenti posizionandole nelle buste bianche (o classi di equivalenza). In un momento successivo, i bambini mettono in ordine le classi di equipotenza, stabilendo l'ordinamento tra le buste bianche ricorrendo al confronto tra le buste trasparenti contenute in esse (a due a due) e individuando qual è la busta bianca che viene prima e quella che viene dopo (principio dell'ordinamento: ad esempio,  $5 > 3$  perché 2 aggiunto a 3 dà come risultato 5). Infine i bambini completano la serie dei numeri, "riempiendo" i buchi, attraverso il principio della ricorsività (+1), ad esempio ottenendo il 6 aggiungendo 1 a 5 (Di Paola et al., 2023).

### 4.2 Il prato dei conigli

Il gioco "Il prato dei conigli" è composto da un tabellone quadrato, diviso in quattro aree, sulle quali sono riprodotti diversi ambienti di gioco (l'orto, la collina, il laghetto e il cespuglio), su cui si distribuiscono 40 coniglietti in legno di cinque colori diversi sistemando 10 coniglietti scelti a caso tra i 40 in ciascuna area. Per permettere a più gruppi di giocare, è stato riprodotto lo stesso gioco sostituendo i coniglietti con i tappi delle bottigliette di plastica di colore diverso.

Su ogni plancia giocano 5 bambini, ad ognuno dei quali vengono consegnate 5 carte-punto. Su ogni carta-punto sono raffigurate delle quantità di coniglietti, espresse in tre differenti registri semiotici: il disegno dei coniglietti nella numerosità della carta e il disegno della mano che mostra lo stesso

numero di dita alzate, il numero scritto in cifra e il numero scritto a parole (Figura 1). Sulla stessa carta sono indicati i punti-carota, assegnati in proporzione alla numerosità dei coniglietti presenti sulla carta, che permettono l'avanzamento del segnalino sul tabellone di gioco. Ogni punto-carota permette di avanzare di una posizione. Vince il gioco chi per primo raggiunge il traguardo dei 30 punti-carota.



Figura 1. Le carte del gioco e il tabellone di gioco de "Il prato dei conigli".

Il giocatore di turno inizia il gioco con il lancio di un dado sul quale sono raffigurati i 5 colori diversi, uno per famiglia di conigli, più un jolly, che gli consente di determinare il colore del proprio turno di gioco. Stabilito il colore, ad esempio blu, egli può giocare una o più carte indicanti il numero di coniglietti corrispondente al numero di tappi/coniglietti di quel colore, nel nostro caso blu, presenti in una stessa area di gioco. Prima di dichiarare quale carta o quali carte intende giocare, il giocatore di turno può effettuare uno spostamento tattico di 1 coniglio da un'area all'altra, al fine di creare la numerosità di conigli, che gli consenta di giocare la carta da lui scelta, conservando la numerosità di 10 tappi/coniglietti in ciascuna area. Tale spostamento evoca l'idea di ricorsività, nel passare da un numero al successivo o al precedente.

Se, ad esempio, si vuole formare il numero 5 nell'orto, dove compaiono 4 tappi/coniglietti del colore prescelto, si sposta un coniglietto dello stesso colore da un'altra area. Al contempo, dovendo mantenere la numerosità di 10 in ciascuna area, si deve spostare in questa area a sua volta un tappo/coniglietto di un altro colore. In questo modo si effettua una operazione del tipo  $+1 -1$  per rendere valida la carta con cui giocare e accumulare i punti-carota.

Obiettivo del gioco è effettuare una corretta corrispondenza biunivoca tra i coniglietti sulla carta e il numero di tappi/coniglietti dello stesso colore presenti in una determinata area del prato.

Inoltre, il gioco induce ad ordinare le proprie carte prima di giocare per decidere quale strategia adoperare.

#### 4.3 A spasso con NumberBot

Infine il gioco "A spasso con NumberBot" è stato realizzato su una striscia di carta numerata posta sul pavimento, utilizzata come riferimento dai bambini per programmare e far muovere il robottino sulla casella giusta dopo un certo numero di passi. La striscia di carta rappresenta la retta dei numeri costruita con i due artefatti precedenti. La necessità di programmare facendo fare al robottino un passo per volta, con la funzione "vai avanti" che corrisponde all'operazione  $+1$  o "vai indietro" che corrisponde a  $-1$  dell'aspetto ricorsivo, ha indotto gli alunni a mettere in atto sia l'aspetto ricorsivo (per esempio si sposta il robottino da 4 a 7 facendo ripetutamente  $+1$ ), sia l'aspetto cardinale attraverso la corrispondenza tra il numero da raggiungere e il numero di passi da far eseguire al robottino. In questo articolo presenteremo l'analisi dei personaggi e delle descrizioni degli elementi principali della storia (luoghi e ruoli dei personaggi) che gli alunni hanno creato, in connessione con l'analisi di

alcuni episodi riferiti al gioco de "Il prato dei conigli" e alcuni episodi avvenuti durante l'utilizzo degli altri due giochi per mettere in evidenza la sinergia che si è sviluppata.

Nel seguito si presentano le fasi delle attività sperimentali, nelle quali dettagliamo alcuni stralci delle discussioni condotte con la relativa analisi.

## 5 L'esperienza didattica: descrizione e analisi

---

### 5.1 Inventiamo una storia: la storia dei coniglietti

L'insegnante ha avviato la discussione in classe dando l'incipit di una storia denominata "Il prato dei conigli": «C'era una volta una famiglia di conigli che viveva in un prato...». È seguita un'attività di gruppo, guidata in modo dialogico dall'insegnante, nella quale i bambini sono stati invitati a continuare la narrazione della storia attraverso la descrizione dei personaggi della storia, i coniglietti, dell'ambiente in cui essi vivono e la formulazione di alcuni problemi che i protagonisti devono risolvere nella loro quotidianità. In questo processo di costruzione della storia si tiene conto di vari fattori: il tipo di storia, i personaggi coinvolti, le loro emozioni, il luogo e il tempo in cui si svolge la storia, le forme e dimensioni dei luoghi, le caratteristiche fisiche dei personaggi, i dialoghi tra di essi, gli oggetti presenti nella storia. Tali fattori favoriscono la creazione di un ambiente narrativo in cui possano emergere conflitti cognitivi laddove i bambini non hanno esperienze dirette perché presenti in uno spazio e in un tempo appartenenti alla loro immaginazione piuttosto che alla realtà.

In questa fase l'obiettivo dell'insegnante è quello di rendere i bambini creatori dei personaggi della storia, dell'ambiente in cui essi vivono e delle dinamiche che si sviluppano tra di loro, per permettere una familiarizzazione consapevole delle attività che saranno proposte nella fase successiva. Tale storia è stata interamente creata dai bambini, guidati dall'insegnante che ha fornito elementi introduttivi. La storia è stata interamente videoregistrata e successivamente trascritta dall'insegnante.

Di seguito si riportano alcune descrizioni di luoghi e personaggi emerse dai bambini:

1. Lu.: «... il prato era diviso in quartieri e in ciascun quartiere vivevano alcune famiglie di coniglietti...»
2. A.: «... in ogni quartiere c'era il coniglietto-vigile che faceva rispettare le regole a tutti gli abitanti...»
3. V.: «... c'era anche la coniglietta maestra che accoglieva tutti i coniglietti bambini nella stessa scuola al centro del paese...»
4. M.: «... ad un certo punto scompare un piccolo coniglietto, che tutti iniziano a cercare... dove sarà finito?»
5. Ins.: «In questo paese... scompare un piccolo coniglietto, e i vigili del quartiere scoprono che una strega cattiva lo ha rapito e rinchiuso in una torre che dista 30 passi dall'uscita del paese... come possiamo aiutare i suoi compagni a cercarlo?»

Spinti dalla richiesta dell'insegnante, gli studenti formulano alcune ipotesi, tra cui anche quella di far giocare i protagonisti delle loro storie. Dopo aver giocato al "Gioco del via!", durante il quale sono emersi gli aspetti del numero naturale in una prima versione non del tutto formalizzata, l'insegnante propone un gioco, con protagonisti dei coniglietti, richiamando la storia che i bambini avevano creato. In questa fase l'insegnante propone ai bambini il gioco de "Il prato dei conigli", adattando le regole del gioco sopra descritto alla storia inventata dai bambini. Pertanto, obiettivo del gioco è diventato quello di liberare il coniglietto scomparso dalla torre localizzata al termine del percorso di gioco. La suddivisione del tabellone in quadranti richiama la storia inventata dai bambini nella fase prece-

dente, permettendo agli stessi di immedesimarsi nel gioco come se fosse un oggetto reale ma creato a partire dalla loro immaginazione.

Da un sacchetto che contiene 60 conigli/tappi divisi in 5 colori differenti, vengono pescati 40 conigli, distribuiti casualmente, 10 su ciascuna area. I colori differenti rappresentano le diverse famiglie di coniglietti descritte nella storia inventata dai bambini. Inoltre, nello sviluppo del gioco, quando i bambini spostano i coniglietti da una zona all'altra, devono giustificare lo spostamento ambientando la motivazione nella storia.

## 5.2 L'ordinamento

L'insegnante divide la classe in gruppi da 5, chiedendo agli alunni di giocare a "Il prato dei conigli". Dopo aver condiviso le regole del gioco, in cui sono state utilizzate le narrazioni descrittive formulate dai bambini nella fase precedente per descrivere personaggi e luoghi, l'insegnante distribuisce 5 carte a ciascun giocatore e pone la prima domanda/problema: «Come possiamo disporre le carte in mano, per giocare e avere il controllo sulla giocata migliore?».

Un primo episodio significativo sull'ordinamento è il seguente:

1. E.: «... tipo 1, 2, 3».
2. Lo.: «8, 10».
3. E.: «7, 5».
4. Ins.: «Quindi, che vuol dire?»
5. Lu.: «Cioè, dobbiamo metterle per ordine, cioè le più alte con le più alte...»
6. I.: «Metterle in ordine di grandezza».
7. M.: «Dal più piccolo al più grande».
8. I.: «Dal numero più basso al numero più alto».
9. Ins.: «M., tu cosa stai facendo?»
10. M.: «Le sto ordinando».
11. Ins.: «Fammi vedere, come?»
12. M.: «[Esita un attimo, indica con il dito le carte facendo una specie di scala (Figura 2) e poi risponde] 1 coniglietto! Il coniglietto-vigile che è il più grande di tutti».
13. Ins.: «E poi? Continua...»
14. M.: «4 coniglietti, una famiglia di coniglietti!»
15. Ins.: «E...?»
16. M.: «6 coniglietti».
17. Ins.: «E poi?»
18. M.: «8 coniglietti».
19. Ins.: «E...?»
20. M.: «10 coniglietti!... una grandissima famiglia di coniglietti!»
21. Ins.: «Perché le hai messe in quell'ordine?»
22. M.: «[Indicando il 4] perché questa è la famiglia meno numerosa... e poi diventa sempre più grande [compiendo un gesto a scala, in ordine crescente]».



Figura 2. M. indica i coniglietti con il dito e poi mostra le carte in ordine crescente.

Il coinvolgimento dei bambini nella storia "Il prato dei conigli" conduce tutti loro a cimentarsi con l'ordinamento e si arricchisce di commenti legati alle vicende narrate nella storia. Infatti, si fa riferimento al coniglietto-vigile e quando si confrontano le numerosità dei coniglietti sulle carte non si parla semplicemente di numeri ma di famiglie più o meno numerose, attribuendo alla famiglia più "grande" di tutte la possibilità di liberare prima il coniglietto scomparso. Il gioco diventa così un momento in cui la storia e la rappresentazione delle famiglie di coniglietti sulle carte evocano l'idea di ordinamento.

Un altro episodio significativo di ordinamento è il seguente.

1. Ins.: «Allora E., perché le hai messe così?»
2. E.: «Perché è l'ordine, tipo 0, 1, 2.. dal più gra.. [si corregge subito]... dal più piccolo al più grande, perché qui [indica con il dito ciascuno dei 7 coniglietti presenti sulla carta con 7 coniglietti] i coniglietti sono di più e qui [indica con il dito la carta con 5 coniglietti] sono di meno».
3. Ins.: «E perché il 7 sta lì, non poteva stare prima del 5?»
4. E.: «[Fissa le carte, tocca il 5] No!»

[La maestra prende le carte e le dispone sul banco, rispettando l'ordine detto da E. Poi effettua uno scambio di posto tra il 5 e il 7.]

5. Ins.: «È così?»
6. E.: «No... perché il 7 è più grande del 5 e il 5 è più piccolo del 7. Infatti, la famiglia dei 7 coniglietti Rossi comprendeva anche i due nonni. Mentre nella famiglia dei 5 coniglietti Blu, i nonni non ci sono... il 5 è minore del 7...»
7. Ins.: «Va bene! Ma come fai a dire che 5 è minore di 7? Sei proprio sicuro?»
8. E.: «Sì, perché se conto da 5 e aggiungo uno, ho prima 6 e poi aggiungo ancora uno e ho 7... come quando abbiamo ordinato le buste bianche nel "Gioco del via!" confrontando le bustine trasparenti... per andare da 5 a 7 mancavano due cose...»
9. Lu.: «Sì maestra, nel mio sacchetto del 7 c'era una gomma e una matita in più rispetto a quello del 5. Infatti 7 è maggiore di 5, ha ragione E., è come quando aggiungiamo i coniglietti alle famiglie per ottenere il numero più grande».



Figura 3. E. riordina le sue carte.

E. nell'ordinare le sue carte (Figura 3), mette in atto la relazione d'ordine tra il 7 e il 5 e stabilisce che 5 è più piccolo di 7 attraverso l'operatore +1 dell'aspetto ricorsivo. Inoltre, nell'effettuare il confronto tra 5 e 7, E. dimostra di manipolare i numeri con familiarità e consapevolezza, infatti parte dal numero 5 senza la necessità di ricominciare a contare dal numero 1. Egli mette in sinergia i significati costruiti con il "Gioco del via!" con quanto accade con le carte nel gioco de "Il prato dei conigli", infatti,

richiama il confronto e l'ordinamento effettuato tra le classi di equipotenza del gioco precedente. A supporto della sua argomentazione fa riferimento alla storia dei coniglietti, indicando la diversa numerosità delle famiglie di coniglietti, contando i componenti (due nonni in più). L'episodio sembra interessante anche per l'evoluzione dei segni che E. e Lu. mettono in atto passando dai segni artefatto "di più/di meno" e "più grande/più piccolo", attraverso i segni pivot "aggiungere", "confrontare" e "ordinare", al segno matematico "maggiore/minore". Questa evoluzione di segni è indicata nell'estratto con la sottolineatura.

In questa fase tutti i bambini hanno effettuato un confronto tra le carte e le hanno ordinate correttamente, in ordine crescente o decrescente, in modo del tutto autonomo. L'utilizzo delle carte da gioco, con la rappresentazione dei coniglietti, ha evocato l'idea di più grande o più piccolo rispetto alla numerosità delle immagini. Inoltre, con riferimento alla narrazione delle vicende delle famiglie dei coniglietti, spesso i bambini, come si evince da quanto dice E., fanno corrispondere la numerosità dei coniglietti presenti sulle carte, alla numerosità dei componenti familiari della storia inventata nella fase precedente.

### 5.3 La corrispondenza biunivoca: come scegliere opportunamente la carta da giocare e effettuare spostamenti

Dopo aver ordinato le carte, i bambini sono stati invitati a lanciare il dado e a scegliere quale carta giocare.

Questo tipo di richiesta pone l'accento sull'aspetto cardinale del numero, in quanto si richiede di effettuare un confronto tra la numerosità di tappi/coniglietti dello stesso colore presenti sul prato e la numerosità dei coniglietti presenti sulla carta scelta per giocare.

In questa fase del gioco la "corrispondenza" è un elemento ricorrente. Infatti, essa emerge nel momento in cui i bambini devono effettuare la scelta della carta più conveniente da giocare: in quel momento, al fine di ottenere il punteggio migliore, è necessario verificare che il numero presente sulla propria carta sia lo stesso numero dei tappi/conigli di un determinato colore, in un'area del tabellone di gioco.

In questo modo si chiede di effettuare un'operazione di corrispondenza tra la carta (e quindi il disegno dei coniglietti e il simbolo numerico) e i tappi/coniglietti presenti sul tabellone.

1. Lu.: «Posso giocare la carta con 2 coniglietti, perché nell'orto ci sono due coniglietti che qui sono tappi di colore bianco. Questi due coniglietti della carta corrispondono a questi due tappi [con le dita indica i due tappi effettuando una corrispondenza tra la carta, i tappi sul tabellone e le sue dita]».
2. F.: «Io invece posso giocare la carta 5, perché in collina ci sono 5 coniglietti blu e non devo spostare nulla».



Figura 4. Movimento delle mani di Lu.



Figura 5. Gioco di F.

Nella Figura 4 si distingue chiaramente il movimento delle mani di Lu. per indicare la corrispondenza tra il numero presente sulla sua carta e il numero dei conigli/tappi presenti sul tabellone; nella Figura 5 F. usa la sua carta per tenere il conto dei tappi blu che corrispondono al numero della carta che lui ha deciso di giocare (il numero 5).

Anche in questo breve episodio, sembra evidente una evoluzione di segni nelle parole di Lu., il quale passa dal segno artefatto “due coniglietti” presenti sulla carta, attraverso il segno pivot “nell’orto ci sono due coniglietti che qui sono tappi”, al segno matematico “corrispondono”. Il tutto supportato dal gesto (segno pivot) della sua mano, che indica i due tappi presenti sul tabellone. L’evoluzione di segni è indicata nell’estratto con la sottolineatura.

Il gioco continua e, nei turni successivi, anche gli altri bambini effettuano le loro scelte, spostando un coniglio da un’area all’altra, per poter giocare una determinata carta. Questa regola ha in sé il principio della ricorsività, ovvero aggiungere o togliere 1 al numero di conigli presenti in una determinata area. E., infatti, per ottenere il numero 5, ha spostato dall’orto alla collina un coniglio bianco. In questo modo ha effettuato due operazioni: ha aumentato di una unità i conigli bianchi nella collina, passando da 4 a 5 ( $4 + 1 = 5$ ), riuscendo così a rendere valida la carta in suo possesso (il 5) e ha diminuito, contestualmente, il numero di conigli bianchi presenti nell’orto, effettuando di fatto una sottrazione ( $2 - 1 = 1$ ). In questo modo ha reso valida anche la sua carta con il numero 1, giocata nell’orto, conquistando più punti.

Questo tipo di azione è richiesta ad ogni turno di gioco, per ciascun giocatore e permette a tutti di mettere in atto non soltanto competenze di carattere aritmetico (contare in senso progressivo e regressivo, effettuare semplici operazioni di addizione e sottrazione), ma anche competenze strategiche, per rendere valido il maggior numero di carte possibili e conquistare, così, il maggior numero di punti.

#### 5.4 Contare i conigli e verificare la correttezza delle carte giocate

A conclusione di ogni turno di gioco, per rendere valide le proprie carte, bisogna che tutti i giocatori effettuino una verifica della validità delle carte scelte. In questa fase si richiede di mettere in campo la capacità di contare, ricorrendo all’aspetto cardinale del numero. Tale aspetto emerge nel momento in cui i bambini devono verificare la corrispondenza biunivoca tra il numero dei tappi/conigli di un determinato colore presenti in un’area e la carta da loro giocata. Inoltre, i bambini controllano i punti da registrare sul tabellone, per poter avanzare con il segnalino e vincere.

Nella Figura 6 si vede come F. conti i suoi punti, sommando i punti-carota riportati su ciascuna delle tre carte che ha giocato ( $1 + 2 + 3$ ).



Figura 6. F. conta i suoi punti.

F. effettua con il dito una corrispondenza tra il numero pronunciato a voce e le carote presenti sulle carte che lui ha giocato.

Nel seguente episodio si mostra un esempio in cui entrano in gioco i tre aspetti del numero naturale:

1. Ins.: «Che carte avete deciso di giocare?»
2. Lo.: «Io gioco la 8... e la 5... anzi la 5 e la 8 in ordine!»
3. Ins.: «E dove la giochi la 5?»
4. Lo.: «Sull'orto... qui ci sono 5 conigli rossi... forse no...»
5. E.: «Sono 6!»
6. Lo.: «Sì sono 6, ma posso spostare questo coniglio rosso in collina (Figura 7). Infatti, papà-coniglietto raggiunge i suoi fratelli al mercato in collina, dopo aver raccolto le carote dall'orto e lascia la moglie e i figli a raccoglierne altre. Così qui [indica l'orto] diventano 5 e qui [indica la collina] 8, dove ce ne sono già 7».



Figura 7. Lo. sposta il tappo/coniglietto rosso.

Questo estratto evidenzia come Lo. sia in grado di controllare contemporaneamente la numerosità delle carte, le vicende nella storia e le strategie di spostamento per riuscire a conquistare un numero elevato di punti.

Questo sembra faccia emergere l'acquisizione del senso del numero, evidenziata dal fatto che Lo. mani-

pola mentalmente sia i numeri presenti nelle sue carte, sia le vicende dalla storia, sia i punti-carota senza la necessità di contare i coniglietti e trasferendo tale numerosità direttamente sul tabellone di gioco. Così facendo, Lo. sembra mettere in atto i tre aspetti caratterizzanti il numero naturale; infatti, riconosce la stessa cardinalità delle sue carte e dei coniglietti presenti nelle zone del tabellone; con lo spostamento dei coniglietti mette in atto l'aspetto ricorsivo passando da 6 a 5 togliendo un tappo/coniglietto e da 7 a 8 aggiungendo un tappo/coniglietto; infine gioca le carte in ordine crescente, mettendo in atto l'aspetto ordinale. Tutta l'operazione acquisisce senso attraverso la narrazione sulla vita quotidiana dei coniglietti.

## 6 La sinergia tra artefatti

---

Il gioco de "Il prato dei conigli" è stato effettuato dopo che gli alunni hanno inventato la storia e hanno giocato al "Gioco del via!" (Di Paola et al., 2023).

L'utilizzo di più artefatti ha permesso agli alunni di giustificare le strategie scelte nell'effettuare un gioco facendo riferimento all'altro gioco.

Infatti, quando agli alunni è stato proposto il gioco "Il prato dei conigli" ed è stato chiesto loro «Come possiamo disporre le carte, per non confonderci?», gli alunni hanno osservato le carte e le hanno ordinate. Interessante è il seguente stralcio di discussione:

1. Ins.: «M., tu cosa stai facendo?»
2. M.: «Le sto ordinando».
3. Ins.: «Fammi vedere, come?»
4. M.: «0... 4, 5, 7, 8».
5. Ins.: «Perché le hai messe in quell'ordine?»
6. M.: «[Indicando il 4] perché questa è più piccola... e poi diventa sempre più grande [compiendo un gesto a scala, in ordine crescente]».
7. [Nel gruppo si sente la voce di M. S. che dice ad A.] «Facciamolo anche noi!»
8. M.: «Le ho messe in ordine perché così è come con le buste, facciamo prima e non ci confondiamo. Così so qual è la carta più grande e gioco con quella, 8... devo cercare di fare 8».
9. A.: «Ordiniamo le carte come abbiamo fatto con le buste, dalla più piccola alla più grande».

In questo stralcio di discussione emerge chiaramente la sinergia tra l'artefatto "Gioco del via!" e "Il prato dei conigli". M. fa espresso riferimento all'ordinamento generato con le buste durante il "Gioco del via!" per giustificare l'ordinamento delle carte. A. rispecchia le parole di M. aggiungendo l'ordinamento crescente. Anche la corrispondenza è un elemento ricorrente, in questo gioco. Essa emerge quando gli alunni devono effettuare la scelta della carta più conveniente da giocare: in quel momento, al fine di ottenere il punteggio migliore, è necessario verificare che il numero presente sulla propria carta sia lo stesso numero dei conigli in un'area de "Il prato dei conigli". Anche in questo caso fanno esplicito riferimento al "Gioco del via!" con frasi tipo «questo corrisponde a questo» e «questa carta con 7 conigli equivale ai 7 conigli dell'orto... come i sacchetti del 7 che erano tutti di 7 oggetti. Quindi sono corrispondenti». Anche in questi interventi si coglie il riferimento diretto all'artefatto usato precedentemente richiamato a giustificare la propria affermazione.

A completamento dell'intero percorso sperimentale, i bambini hanno svolto il gioco "A spasso con NumberBot", attraverso il quale hanno potuto rappresentare la sequenza numerica sulla retta. La descrizione e l'analisi dell'attività svolta in questo gioco non sono oggetto di questo articolo.

## 7 Conclusioni

---

È evidente in tutta l'attività la complessità della conquista del concetto di numero, così come emerge nei vari aspetti. La scelta di utilizzare la narrazione e il gioco quali cornici di fondo per approcciarsi alla scoperta e alla costruzione di nuovi concetti matematici, unite all'utilizzo di artefatti, ha permesso di costruire il concetto di numero nella sua globalità mettendo in evidenza come gli alunni fanno riferimento implicito o esplicito ai diversi artefatti creando una relazione tra significati che emergono dal loro uso.

Attraverso la narrazione i bambini rivelano una grande capacità di creare realtà immaginarie di cose e di problemi che però gradualmente riconducono a strutture razionali di pensiero manifestando, in tal modo, l'avvenuto cambiamento di routine nell'apprendimento (Sfard, 2008) in quanto l'attività di produrre situazioni nate dall'immaginazione e dalla fantasia ha innovato le possibilità di apprendere anche attraverso attività di gioco e di sfida tra gli alunni.

La scelta di utilizzare una struttura narrativa come ambiente di apprendimento, tipico dello storytelling, sembra essersi rivelato una risorsa, permettendo ai bambini di organizzare le loro conoscenze, in chiave creativa, creando un continuo dialogo tra la storia, il gioco e i concetti matematici, e facendo emergere conflitti cognitivi la cui risoluzione è potuta avvenire nelle fasi dell'esperienza.

In questo processo, la contestualizzazione dei problemi nelle vicende e nei luoghi della storia sembra abbia consentito agli alunni di mettere in relazione una serie di fattori che hanno dato senso a idee astratte, come quella di numero.

Nelle attività gli alunni hanno completato i significati legati all'uso di uno degli artefatti attraverso i significati emersi dall'uso dell'altro, mettendo in atto una sinergia che contribuisce ad approfondire e tessere la rete semiotica connessa al significato matematico. Va sottolineata la spontaneità e la scioltezza con cui gli alunni sono intervenuti durante le discussioni. La TMS ha rivelato la sua efficacia attraverso una scelta fondamentale e opportuna degli artefatti che, in modo non casuale, ha permesso agli alunni una conquista graduale e completa del concetto di numero. L'artefatto "Il prato dei conigli", infine, ha consentito agli alunni di sperimentare in modo del tutto autonomo il senso complessivo del numero, nei suoi tre aspetti, cardinale, ordinale e ricorsivo. Giocare diviene un mezzo per costruire significati, divertendosi, senza distinguere i diversi aspetti, ma utilizzando il numero nella sua complessità, dal punto di vista qualitativo.

---

### Bibliografia

Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. D. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education – 2nd edition* (pp. 746–783). Routledge / Taylor & Francis Group.

Butterworth, B. (1999). *Intelligenza matematica. Vincere la paura dei numeri scoprendo le doti innate della mente*. Rizzoli.

Contardi, A., Pertichino, M., & Piochi, B. (2004). *Insegnare la matematica a studenti disabili*. Edizioni ETS.

Courant, R., & Robins, H. (1971). *Che cos'è la Matematica? Introduzione elementare ai suoi concetti e metodi*. Boringhieri.

- Crespi, M. (2012). Le funzioni della narrazione scientifica. In F. Cormi & T. Altiero (Eds.), *Atti del convegno Innovazione nella didattica delle scienze nella scuola primaria e dell'infanzia: al crocevia tra discipline scientifiche e umanistiche* (pp. 269–277). Universitas studiorum.
- D'Amore, B., & Marazzani, I. (2011). *Problemi e laboratori. Metodologie per l'apprendimento della matematica. Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere – Volume 4*. Pitagora editrice.
- D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2011). *Principi di base della Didattica della Matematica. Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere – Volume 2*. Pitagora editrice.
- Di Paola, B., Montone, A., Fiorentino, M. G., & Ricciardiello, G. (2023). Il numero naturale nei suoi aspetti cardinale, ordinale e ricorsivo: giochi e artefatti in sinergia per la scuola primaria. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 46(1), 69–92.
- Dibattista, L., & Morgese, F. (2014). Narrare la scienza a scuola con il digital storytelling storico-scientifico: Una sperimentazione sul campo. In F. Cormi & T. Altiero (Eds.), *Atti del terzo convegno Innovazione nella didattica delle scienze nella scuola primaria e dell'infanzia: al crocevia tra discipline scientifiche e umanistiche* (pp. 279–290). Universitas studiorum.
- Dunlap, J. C., & Grabinger, R. S. (1996). Rich environments for active learning in the higher education classroom. In B. G. Dalam Wilson (Ed.), *Constructivist learning environments: Case studies in instructional design* (pp. 65–82). Educational Technology Publications Engelwood Cliffs.
- Maffia, A., & Maracci, M. (2019). Multiple artifacts in the mathematics class: A tentative definition of semiotic interference. In M. Graven, H. Venkat, A. A. Essien & P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education IGPME* (Vol. 3, pp. 57–64). PME.
- Mariotti, M. A., & Montone, A. (2020). The potential synergy of digital and manipulatives artefacts. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 6(2), 109–122. <https://doi.org/10.1007/s40751-020-00064-6>
- Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca. (2012). *Indicazioni Nazionali per il Curricolo della Scuola dell'Infanzia e del Primo Ciclo d'Istruzione*. [https://www.miur.gov.it/documents/20182/51310/DM+254\\_2012.pdf](https://www.miur.gov.it/documents/20182/51310/DM+254_2012.pdf)
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: Approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.
- Villani, V. (2003). *Cominciamo da zero: Domande, risposte e commenti per saperne di più sui perché della Matematica (Aritmetica e Algebra)*. Pitagora.